

UN PEU D'HISTOIRE ET DE PHYSIQUE OU COMMENT SORTIR LE SOLFÈGE DU COMMA

Gamme de Pythagore (±600 av JC)

Le principe énoncé par Pythagore consiste à additionner des quintes car celles-ci ont, semble-t-il, un rapport mathématique parfait entre-elles (3/2). Ainsi la quinte de do donne sol, la quinte de sol donne ré, la quinte de ré donne la, etc... Rapportés sur une même octave, ces rapports permettent d'établir les hauteurs suivantes (avec le La de référence à 440 Hz) :

Do = 522 Hz, Sol = 782 Hz, Ré = 587 Hz, La = 880 Hz, Mi = 660 Hz, Si = 990 Hz, Fa# = 743 Hz, Do# = 557 Hz, Sol# = 835 Hz, Ré# = 627 Hz, La# = 940 Hz, Mi# = 705 Hz, Si# = 529 Hz.

On voit que l'octave théorique (Si#) n'est pas, comme on pourrait s'y attendre, le double de la fréquence de base (soit 1044 Hz). Ce rapport entre l'addition de 12 quintes $[(3/2)^{12}]$ et celle de 7 octaves $[2^7]$ est dénommé "comma pythagorien" et vaut 1,0136432648. Cette constatation laisse supposer que les rapports existant en partant de l'octave théorique et en soustrayant 12 quintes seront différents et permettront donc de définir 12 autres notes. Rapportés sur une même octave, ces rapports permettent d'établir les hauteurs suivantes (avec le La de référence à 440 Hz) :

Do octave = 1044 Hz, Fa = 695 Hz, Sib = 927 Hz, Mib = 618 Hz, Lab = 824 Hz, Réb = 549 Hz, Solb = 733 Hz, Dob = 977 Hz, Fab = 651 Hz, Sibb = 868 Hz, Mibb = 579 Hz, Labb = 772 Hz, Rébb = 1029 Hz.

On obtient alors une gamme de 25 notes composée comme suit :

Do = 522 Hz, Si# = 529 Hz, Réb = 549 Hz, Do# = 557 Hz, Mibb = 579 Hz, Ré = 587 Hz, Mib = 618 Hz, Ré# = 627 Hz, Fab = 651 Hz, Mi = 660 Hz, Fa = 695 Hz, Mi# = 705 Hz, Solb = 733 Hz, Fa# = 743 Hz, Labb = 772 Hz, Sol = 782 Hz, Lab = 824 Hz, Sol# = 835 Hz, Sibb = 868 Hz, La = 880 Hz, Sib = 927 Hz, La# = 940 Hz, Dob = 977 Hz, Si = 990 Hz, Rébb = 1029 Hz, Do octave = 1044 Hz.

Bien évidemment, Pythagore imagine que s'il existe des altérations doubles (bb) dans le sens descendant, il n'y a pas de raison pour que de telles altérations n'existent pas dans le sens montant (##). Cela porte à 31 notes la gamme de Pythagore.

Ce nombre de notes étant en pratique trop élevé pour pouvoir être utilisé quotidiennement par les musiciens, les pythagoriciens décidèrent d'en écarter les doubles altérations, cela donnant naissance à la gamme pythagoricienne de 21 notes qui fut en usage jusqu'au XVI^{ème} siècle. Cette gamme est composée ainsi :

Do = 522 Hz, Si# = 529 Hz, Réb = 549 Hz, Do# = 557 Hz, Ré = 587 Hz, Mib = 618 Hz, Ré# = 627 Hz, Fab = 651 Hz, Mi = 660 Hz, Fa = 695 Hz, Mi# = 705 Hz, Solb = 733 Hz, Fa# = 743 Hz, Sol = 782 Hz, Lab = 824 Hz, Sol# = 835 Hz, La = 880 Hz, Sib = 927 Hz, La# = 940 Hz, Dob = 977 Hz, Si = 990 Hz, Do octave = 1044 Hz.

L'inconvénient majeur de cette gamme -ce qui mènera à sa remise en cause- est qu'elle comporte une quinte fautive (Sol#-Mib) du fait de la différence entre 12 quintes et 7 octaves. Ce défaut interdit en pratique toute transposition d'un morceau dans une autre tonalité que celle pour laquelle il a été écrit. De plus, l'arrivée des instruments à clavier rendra problématique une gamme aussi fournie; dans la pratique, ces derniers sont conçus pour être justes dans une tonalité précise.

Gamme d'Aristoxène (±350 av JC)

Opposé aux théories de Pythagore, Aristoxène proposa une autre système basé sur les harmoniques. Pour mémoire, une harmonique correspond à la fréquence de base multipliée par un nombre entier. Ainsi l'harmonique de niveau 2 d'un do à 522 Hz est égale à $522 * 2 = 1044$ Hz, celle de niveau 3 est de 1566 Hz, etc... Rapportés sur une même octave, ces calculs permettent d'établir les hauteurs suivantes :

Do = 522 Hz, Ré = 587 Hz, Mi = 652 Hz, Fa = 718 Hz, Sol = 783 Hz, La = 848 Hz, Si = 979 Hz,
Do octave = 1044 Hz.

Ce système a pour avantage d'énoncer un rapport d'octave juste (2/1) mais n'a jamais été admis par les musiciens car certaines notes "sonnaient faux" (Fa et Si en particulier). Ce sont ces notes qui peuvent être produites par les instruments "naturels" (trompettes par exemple).

Gamme de Zarlino (1517-1590) dite "gamme des physiciens"

Au XVI^{ème} siècle, l'harmonie prend forme. Elle se base alors sur l'accord parfait majeur (ou mineur) de trois sons dont les rapports mathématiques entre les notes sont de 5/4 pour la tierce majeure (6/5 pour la tierce mineure) et 3/2 pour la quinte. Zarlino démontra qu'une gamme diatonique pouvait être construite avec seulement 3 accords parfaits enchaînés. Il suffit pour cela d'utiliser l'accord parfait de tonique, l'accord parfait de sa quarte et l'accord parfait de sa quinte. Ainsi pour "monter" une gamme de Do majeur, on utilisera l'accord de Do majeur, celui de Fa majeur et celui de Sol majeur. Il s'agit en fait d'une succession de tierces comme montré ci-dessous :

| Do majeur |
Fa - La - Do - Mi - Sol - Si - Ré
| Fa majeur | | Sol majeur |

Le calcul de la hauteur se fait en prenant une note de base (ici le Fa) et en la multipliant par ses rapports de tierce et de quinte. Si on prend Fa = 704 Hz, La sera égal à $704 \times 5/4$ soit 880 Hz et Do à $704 \times 3/2$ soit 1056 Hz. On recommence ensuite l'opération pour l'accord de Do en prenant pour point de départ la valeur de Do obtenue précédemment, puis pour l'accord de Sol en prenant la valeur de Sol que l'on vient de calculer. Rapportés sur une même octave, ces calculs permettent d'établir les hauteurs suivantes :

Do = 528 Hz, Ré = 594 Hz, Mi = 660 Hz, Fa=704 Hz, Sol=792 Hz, La = 880 Hz, Si=990 Hz, Do octave = 1056 Hz.

Les rapports entre les notes d'une même octave sont ainsi les suivants :

Do = 1, Ré = 9/8, Mi = 5/4, Fa = 4/3, Sol = 3/2, La = 5/3, Si = 15/8, Do octave = 2.

Dans cette gamme heptatonique, il existe trois types d'écarts entre deux notes successives : 9/8 (do—ré, fa—sol, la—si) nommé "ton majeur", 10/9 (ré—mi, sol—la) nommé "ton mineur", 16/5 (mi—fa, si—do) nommé "demi-ton majeur".

La construction d'une gamme chromatique à partir de cette gamme à sept notes oblige à concevoir l'existence d'un "ton mineur" qui n'est autre que la différence existant entre le ton mineur et le demi-ton majeur. Il existera donc des notes "diésées" qui auront pour valeur 25/24 de leur note de référence et des notes bémolisées qui auront pour valeur 24/25 de leur note de référence. Cela nous donne les rapports suivants :

Do = 1, Do# = 25/24, Réb = 27/25, Ré = 9/8, Ré# = 75/64, Mib = 6/5, Mi = 5/4, Fab = 32/25, Mi# = 125/96, Fa = 4/3, Fa# = 25/18, Solb = 36/25, Sol = 3/2, Sol# = 25/16, Lab = 8/5, La = 5/3, La# = 125/72, Sib = 9/5, Si = 15/8, Dob = 48/25, Si# = 125/64, Do octave = 2.

La gamme ainsi créée est la suivante :

Do = 528 Hz, Do# = 550 Hz, Réb = 570 Hz, Ré = 594 Hz, Ré# = 619 Hz, Mib = 634 Hz, Mi = 660 Hz, Fab = 676 Hz, Mi# = 688 Hz, Fa = 704 Hz, Fa# = 733 Hz, Solb = 760 Hz, Sol = 792 Hz, Sol# = 825 Hz, Lab = 845 Hz, La = 880 Hz, La# = 917 Hz, Sib = 950 Hz, Si = 990 Hz, Dob = 1014 Hz, Si# = 1031 Hz, Do octave = 1056 Hz.

L'avantage de cette gamme est de fournir des rapports fondamentaux (tierce, quinte, octave) justes et c'est la raison pour laquelle elle est adoptée par les facteurs d'instruments de l'époque. Mais elle ne résout, pas plus que celle de Pythagore, le problème de la transposition. Comme celle de Pythagore, elle comporte une différence entre dièses et bémols qui se nomme "comma zarlinien" et qui est la différence entre le ton mineur et le ton majeur soit $81/80 = 1,0125$ (pour mémoire, le comma pythagoricien vaut 1,0136432648). Elle a aussi pour particularité de ne pas placer les notes diésées et bémolisées aux mêmes emplacements que dans la gamme de Pythagore. C'est une subtilité scientifique que les musiciens de l'époque ne perçurent pas... Ils utilisèrent les instruments fondés sur la gamme zarlinienne en appliquant les règles chromatiques pythagoriciennes, ce qui est bien sur un non-sens mathématique ! Et cela dure encore...

La gamme d'Holder et Mercator (contemporains de Zarlino) divisant l'octave en 53 parties égales (les commas actuels) et reprenant l'ordre chromatique pythagoricien permet de "justifier" cette pratique. Elle se présente comme suit (un comma est représenté par le signe "•") :

Do•Si#•••Réb•Do#••••Ré••••Mib•Ré#••••Fab•Mi••••Fa•Mi#••••Solb•Fa#••••Sol••••Lab•Sol#••••La••••Sib•La#••••Dob•Si••••Do

La progression géométrique d'une telle gamme est $^{53}\sqrt{2} = 1.013164143$ et produit les sons suivants :

Do = 523 Hz, Si# = 530 Hz, Réb = 551 Hz, Do# = 558 Hz, Ré = 588 Hz, Mib = 620 Hz, Ré# = 628 Hz, Fab = 653 Hz, Mi = 662 Hz, Fa = 697 Hz, Mi# = 707 Hz, Solb = 735 Hz, Fa# = 744 Hz, Sol = 784 Hz, Lab = 827 Hz, Sol# = 837 Hz, La = 882 Hz, Sib = 930 Hz, La# = 942 Hz, Si = 993 Hz, Do octave = 1046 Hz

La gamme tempérée

Il fallut attendre Werckmeister (1645-1706) pour trouver un système permettant de n'avoir que douze notes distinctes et régulièrement distribuées dans un octave, permettant ainsi la transposition.

Ce système fut popularisé par les écrits de Rameau (*Traité de l'harmonie réduite à ses principes naturels* 1722, *Nouveau système de musique théorique* 1726, *Génération harmonique* 1737) sous le nom de gamme tempérée et vulgarisé par l'encyclopédie de Diderot et d'Alembert (entre 1752 et 1772).

Cette gamme permit à Bach d'écrire des études pour toutes les tonalités connues sous le nom de *Clavecin bien tempéré* (premier recueil en 1722, second en 1744). Depuis cette époque (deux siècles et demi !), tous les compositeurs ont écrit pour la gamme tempérée.

Dans cette gamme, chaque degré est espacé de son précédent d'un rapport de $^{12}\sqrt{2}$ soit 1,05946. Les notes tempérées actuelles sont donc :

Do = 523 Hz, Do#-Réb = 554 Hz, Ré = 587 Hz, Ré#-Mib = 622 Hz, Mi = 659 Hz, Fa = 698 Hz, Fa#-Solb = 740 Hz, Sol = 784 Hz, Sol#-Lab = 831 Hz, La = 880 Hz, La#-Sib = 932 Hz, Si = 988 Hz, Do octave = 1046 Hz.

A l'heure actuelle, tous les instruments (à l'exception des cordes à touche lisse) sont construits pour la gamme tempérée. Ainsi un piano est incapable d'exprimer la moindre nuance entre un Sol# et un Lab. Pour tous ces instruments, la notion de commas et de demi-tons diatoniques ou chromatiques ont disparu (voire n'ont jamais existé) depuis belle lurette. Qui plus est, les violons, jouant avec d'autres instruments sont obligés de se conformer à la gamme tempérée sous peine de sonner "faux".

Alors, il serait bon, par les temps qui courent, qu'on enseigne en solfège ce que les physiciens professent depuis d'Alembert :

une seconde mineure = 1/2 ton tempéré
une seconde majeure = 1 ton tempéré
une tierce mineure = 1 1/2 ton tempéré
une tierce majeure = 2 tons tempérés
une quarte juste = 2 1/2 tons tempérés
une quinte diminuée = 3 tons tempérés
une quinte juste = 3 1/2 tons tempérés
une sixte mineure = 4 tons tempérés
une sixte majeure = 4 1/2 tons tempérés
une septième mineure = 5 tons tempérés
une septième majeure = 5 1/2 tons tempérés
une octave juste = 6 tons tempérés

De la même manière, et pour les mêmes raisons, il serait bon qu'on enseigne que :

Do# = Réb, Ré# = Mib, Mi# = Fa, Fa# = Solb, Sol# = Lab, La# = Sib, Si# = Do, Dob = Si,
Réb = Do#, Mib = Ré#, Fab = Mi, Solb = Fa#, Lab = Sol#, Sib = La#, Do## = Ré, Ré## = Mi,
Mi## = Fa# ou Solb, Fa## = Sol, Sol## = La, La## = Si, Si## = Do# ou Réb, Dobb = Sib ou La#,
Rébb = Do, Mibb = Ré, Fabb = Mib ou Ré#, Solbb = Fa, Labb = Sol, Sibb = La.

C'est d'ailleurs ce que les professeurs d'instruments autres que les cordes frottées enseignent à leurs élèves. Alors, pourquoi semer le doute dans la tête des enfants qui se demandent qui, du professeur d'instrument ou de l'enseignant en solfège, a raison ? En somme, la question peut se résumer à ceci : "pourquoi faire compliqué et incompréhensible alors que les choses sont devenues simples" ?

On peut aussi se poser la question : pourquoi, majoritairement, les enfants n'aiment pas le solfège ? Ne serait-ce pas parce qu'il ne se trouve pas en harmonie avec leur pratique instrumentale ?